

УДК 62.192:620.18

DOI: <https://doi.org/10.26661/2071-3789-2021-2-12>

**Скачков Віктор Олексійович**, професор, доктор технічних наук, інженерний навчально-науковий інститут ім. Ю.М. Потебні, Запорізький національний університет, ORCID: 0000-0002-4447-4641

**Бережна Ольга Русланівна**, доцент, кандидат технічних наук, інженерний навчально-науковий інститут ім. Ю.М. Потебні, Запорізький національний університет, ORCID: 0000-0001-6728-5221

**Румянцев Володислав Ростиславович**, кандидат технічних наук, інженерний навчально-науковий інститут ім. Ю.М. Потебні, Запорізький національний університет, ORCID: 0000-0003-3182-2536

**Скоморохов Ігор Олегович**, магістрант, інженерний навчально-науковий інститут ім. Ю.М. Потебні, Запорізький національний університет

**Яценко Артем Віталійович**, магістрант, інженерний навчально-науковий інститут ім. Ю.М. Потебні, Запорізький національний університет

## МЕТОД ОЦІНКИ НАДІЙНОСТІ ЗНАЧНО НАВАНТАЖЕНИХ КОНСТРУКЦІЙ ПІД ЧАС МАЛОЦИКЛОВОГО ВАНТАЖЕННЯ

Підвищення точності оцінки надійності значно навантажених конструкцій, що працюють в умовах циклічних навантажень припускає розробку спеціальних методів і підходів. Відомі методи розрахунків надійності використовують статистичні методи, що базуються на теоріях вірогідності та випадкових процесів. У цих методах не враховуються мікроструктурні властивості матеріалів конструкцій і їх змінювання під час вантаження. У роботі пропонується використовувати методи статистичної механіки неоднорідних середовищ. З цією метою використовують модель середовища класу  $B_2$ . У моделі вводяться елементи структури першого порядку мализни, на яких задаються макроскопічні властивості матеріалу конструкції та елементи другого порядку мализни, на яких задаються характеристики мікроструктури. У запропонованому підході вирішується статистичне пов'язане завдання деформації та руйнування неоднорідного середовища в умовах циклічних навантажень. При цьому обчислюється розподіл випадкового мікроструктурного напруження, перевищення якими граничних значень міцності мікроструктурних компонентів матеріалу призводить до їх руйнування. В умовах циклічних навантажень відбувається процес накопичення мікроструктурних пошкоджень. Накопичення мікроструктурних пошкоджень вище граничного значення призводить до руйнування елементів першого порядку мализни. Для оцінки граничного значення накопичення пошкоджень елементів першого порядку мализни пропонується раніше розроблена методика. Обчислення вірогідності руйнування елементів першого порядку мализни і задає вірогідність безвідмовної роботи (надійність) конструкції, що працює в умовах циклічного вантаження.

*Вступ.* Створення відповідальних і значно навантажених конструкцій, руйнування яких призводить до катастрофічних наслідків, передбачає розробку спеціальних методів оцінки їх надійності.

*Аналіз досягнень.* Відомі методи оцінки надійності конструктивних елементів і конструкцій є заснованими на положеннях теорії вірогідності та випадкових процесів [1]. Проте такі відомі методи не враховують структуру і механічну поведінку матеріалу конструкцій під час експлуатації.

У роботі [2] оцінку надійності конструкцій передбачають виконувати з урахуванням структурних напружень, які реалізуються у вигляді випадкових полів. У такому підході не враховуються структурні змінювання, які накопичуються під час функціонування конструкцій.

*Постановка завдання.* Розробка методу оцінки надійності значно навантажених конструкцій, в основу якого закладають процеси появи і розвитку мікроструктурних пошкоджень. При цьому мікроструктурні ушкодження визначаються розподілом мікроструктурних напружень в елементах мікроструктури.

*Головна частина.* За характеристику надійності конструкцій використовують вірогідність їх безвідмовної роботи. Одним з уточнених підходів її оцінки є структурно-механічний підхід, який враховує змінювання структурних параметрів матеріалу за умов тривалих статичних або циклічних навантажень. Як базову основу використовують модель неоднорідних тіл у вигляді середовища класу  $B_2$ , де враховуються елементи першого порядку малості  $d^I V$  і елементи другого порядку  $d^{II} V$ .

Руйнування матеріалів відбувається в результаті проходження значної кількості стадій, кожна з яких здійснюється на масштабному рівні, що порівнянний з елементами мікроструктури а супроводжується руйнуванням структурних елементів, як першого, так і другого порядків мализни.

Поява мікропошкоджень характеризується перевищенням випадкового поля мікронапружень, які формуються в елементах мікроструктури під впливом експлуатаційних навантажень, над рівнем межово припустимої поверхні, яка визначається критеріями руйнування.

Для розрахунків полів мікронапружень вирішується пов'язане завдання деформації та руйнування неоднорідних тіл за умов циклічних навантажень [3]:

$$\xi_{i\alpha,\alpha} = 0; \quad (1)$$

$$\xi_{ij} = Q_{ij\alpha\beta} \cdot [1 - \aleph^{II}(\xi, S, N)] \cdot \varepsilon_{\alpha\beta}; \quad (2)$$

$$\varepsilon_{ij} = 0,5 (\chi_{i,j} + \chi_{j,i}); \quad (3)$$

$$\chi_i \llbracket_S = U_i^S, \quad (4)$$

де  $\xi_{ij}$ ,  $\varepsilon_{\alpha\beta}$ ,  $\chi_i$  – випадкові тензори напружень, деформацій і переміщень відповідно;  $U_i^S$  – детермінований вектор переміщень межі тіла;  $Q_{ijmn}$  – випадковий тензор модулів пружності матеріалу;  $\aleph^{II}(\xi, S, N)$  – випадкова функція накопичення мікропошкоджень;  $S$  – тензор міцності елементів мікроструктури;  $N$  – кількість циклів вантаження.

Як впливає з рівняння (2), випадкове мікроструктурне напруження стає залежним від кількості циклів вантаження  $\xi_{ij} = \xi_{ij}(N)$ .

Під час циклічного навантаження процес накопичення пошкоджень стає залежним від передісторії вантаження та функцію накопичення мікропошкоджень можна записати як

$$\aleph^{II}(\xi, S, N) = \int_0^N F(n) \cdot \omega^{II}(\xi, S) dn, \quad (5)$$

де  $F(n)$  – функція, яка враховує передісторію розвитку мікропошкоджень;  $\aleph^{II}$  – безрозмірна випадкова функція мікропошкоджень;  $N$  – кількість циклів вантаження.

Безрозмірна випадкова функція мікропошкоджень задається співвідношенням:

$$\omega^{II}(\xi, S) = \frac{\omega^*(\xi, S)}{d^{II}V} \begin{cases} 1 & \text{з ймовірністю } P^{II}(\xi, S) \\ 0 & \text{з ймовірністю } 1 - P^{II}(\xi, S) \end{cases} \quad (6)$$

де  $P^{II}(\xi, S)$  – вірогідність руйнування елементів  $d^{II}V$ ;  $d^{II}V$  – елементи другого порядку мализни.

Моментні функції першого та другого порядку мализни для  $\aleph^{II}(\xi, S, N)$  визначаються як

$$\langle \mathfrak{N}^{\text{II}}(\xi, S, N) \rangle = \int_0^N \left\{ (F(r))(\omega^{\text{II}}) + (\widehat{F}(r) \cdot \widehat{\omega}^{\text{II}}) \right\} d\eta; \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \langle \mathfrak{N}^{\text{II}}(\xi_1, S, N_1) \rangle \cdot \widehat{\mathfrak{N}}^{\text{II}}(\xi_2, S, N_2) &= \int_0^{N_1} \int_0^{N_2} \left( \langle \Phi_{11} \cdot \Phi_{22} \rangle + \langle \widehat{F}_1 \cdot \Phi_{12} \rangle \langle \omega_1 \rangle + \right. \\ &+ \langle \widehat{F}_2 \cdot \Phi_{21} \rangle \langle \omega_{\delta 2} \rangle + \langle \widehat{\omega}_1 \cdot \Phi_{22} \rangle \langle F_1 \rangle + \langle \widehat{\omega}_2 \cdot \Phi_{11} \rangle \langle F_2 \rangle + K_{12} \cdot \langle \omega_1 \rangle \langle \omega_2 \rangle + \\ &+ \Omega_{12} \cdot \langle F_1 \rangle \langle F_2 \rangle + \langle \Phi_{12} \rangle \langle F_2 \rangle \langle \omega_2 \rangle + \langle \Phi_{21} \rangle \langle \omega_1 \rangle \langle F_1 \rangle - \langle \Phi_{11} \rangle \langle \Phi_{22} \rangle \left. \right) dn_1 dn_2, \end{aligned} \quad (8)$$

де  $F_i = F(n_i)$ ;  $\omega_i = \omega^{\text{II}}(\xi, S, N)$ ;  $\widehat{Q}_{ij} = Q - \langle Q \rangle$  – пульсації випадкових функцій;  $K_{ij} = \langle \widehat{F}(n_i) \cdot \widehat{F}(n_j) \rangle$ ;  $\Phi_{ij} = \widehat{F}(n_i) \cdot \widehat{\omega}_j^{\text{II}}$ ;  $\Omega_{ij} = \langle \widehat{\omega}_i^{\text{II}} \cdot \widehat{\omega}_j^{\text{II}} \rangle$ ;  $i, j = 2$ ;  $\langle \rangle$  – оператор статистичного усереднювання.

Функція  $\omega^{\text{II}}(\xi, S, N)$  є локально-ергодичною, а функція  $\mathfrak{N}^{\text{II}}(\xi, S, N)$  задовольняє умовам локальної стаціонарності щодо трактування роботи [4], які записуються у вигляді

$$f_{\mathfrak{N}^{\text{II}}}(N_1, N_2) = \langle \mathfrak{N}^{\text{II}}(\xi_1, S, N_1) \rangle - \langle \mathfrak{N}^{\text{II}}(\xi_2, S, N_2) \rangle = f_{\mathfrak{N}^{\text{II}}}(N_1 - N_2); \quad (9)$$

$$D_{\mathfrak{N}^{\text{II}}}(N_1, N_2) = \left\langle \left| \mathfrak{N}^{\text{II}}(\xi_1, S, N_1) \right| - \left| \mathfrak{N}^{\text{II}}(\xi_2, S, N_2) \right|^2 \right\rangle = D_{\mathfrak{N}^{\text{II}}}(N_1 - N_2). \quad (10)$$

Поняття локальної стаціонарності випадкових функцій накопичення мікропошкоджень дає змогу виключити з розгляду макромасштабну неоднорідність у масштабі  $L_{\text{но}}$  та розглядати основні закономірності пошкодження структури в мікромасштабі  $L_o$ , при цьому  $L_o \ll \ll L_{\text{но}}$ .

Вирішення системи рівнянь (1)-(4) для моментних функцій першого та другого порядку розподілу мікронапружень можна подати як

$$\sigma_{ij} = \langle \xi_{ij} \rangle - \left[ \langle \theta_{ij\alpha\beta}^e \rangle + 0,5 K_{ij\omega\mathfrak{N}}^{\gamma\delta\alpha\beta} \cdot (I_{\mathfrak{N}\delta}^{\omega\gamma} + I_{\omega\delta}^{\mathfrak{N}\gamma}) \right] \cdot e_{\alpha\beta} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} H_{ij}^{mn} = \langle \widehat{\xi}_{ij} \cdot \widehat{\xi}_{mn} \rangle &= \left[ 0,25 \langle \theta_{ij\alpha\beta}^e \rangle \langle \theta_{m\gamma\delta}^e \rangle \cdot (I_{\beta\beta_1}^{\alpha\alpha_1} + I_{\alpha\beta_1}^{\beta\alpha_1}) \cdot K_{\gamma_1\delta_1\gamma_2\delta_2}^{\alpha_1\beta_1\alpha_2\beta_2} \cdot (I_{\delta\delta_1}^{\gamma\gamma_1} + I_{\gamma\delta_1}^{\delta\gamma_1}) + \right. \\ &\left. (I_{\delta\delta_1}^{\gamma\gamma_1} + I_{\gamma\delta_1}^{\delta\gamma_1}) + 0,5 \langle \theta_{ij\alpha\beta}^e \rangle \cdot (I_{\beta\beta_1}^{\alpha\alpha_1} + I_{\alpha\beta_1}^{\beta\alpha_1}) \cdot K_{m\gamma_2\delta_2}^{\alpha_1\beta_1\alpha_2\beta_2} + \right. \\ &\left. + 0,5 \langle \theta_{m\gamma\delta}^e \rangle \cdot (I_{\delta\delta_1}^{\gamma\gamma_1} + I_{\gamma\delta_1}^{\delta\gamma_1}) \cdot K_{m\gamma_2\delta_2}^{\alpha_1\beta_1\alpha_2\beta_2} + 0,5 \langle \theta_{m\gamma\delta}^e \rangle \cdot (I_{\delta\delta_1}^{\gamma\gamma_1}) \cdot K_{\gamma_1\delta_1\gamma_2\delta_2}^{ij\alpha_2\beta_2} + K_{m\gamma_2\delta_2}^{ij\alpha_2\beta_2} \right] \cdot e_{\alpha_2\beta_2} \cdot e_{\gamma_2\delta_2}, \end{aligned} \quad (12)$$

де

$$I_{pq}^{mn} = -\frac{4\pi}{15} \cdot (5A + 3B) \cdot \delta_{mn} \cdot \delta_{pq} + \frac{8\pi}{15} B \cdot (\delta_{mn} \cdot \delta_{np} + \delta_{mn} \cdot \delta_{nq});$$

$$A = \frac{\langle \theta_{1122}^e \rangle + 3 \langle \theta_{2323}^e \rangle}{C}; \quad B = \frac{\langle \theta_{1122}^e \rangle + \langle \theta_{2323}^e \rangle}{C};$$

$$C = 8\pi \cdot \langle \theta_{2323}^e \rangle \cdot \left( \langle \theta_{\leq 1122}^e \rangle + 2 \langle \theta_{2323}^e \rangle \right);$$

$$K_{ijmn}^{pqrs} = \langle \theta_{ijmn}^e \cdot \theta_{pqrs}^e \rangle;$$

$$\theta_{ijmn}^e = \theta_{ijmn} \cdot (1 - \mathfrak{N}^{\text{II}}(\xi, S, N)).$$

Вірогідність руйнування елементів мікроструктури  $d^{\text{II}}V$  описується співвідношенням

$$P^{\text{II}}(\xi, S) = 1 - \frac{1}{8\pi \cdot |H|^{0,5}} \cdot \int_s \exp \left( -\frac{0,5 K_{\alpha\beta\gamma\delta}}{|H|} \cdot \widehat{\xi}_{\alpha\beta} \cdot \widehat{\xi}_{\gamma\delta} \right) d\xi, \quad (13)$$

де  $|H|$  – визначник, що складається з компонентів  $H_{ij}^{mn}$ ;  $K_{ijmn}$  – алгебраїчне доповнення визначника  $|H|$ .

Макроскопічне руйнування конструкції починається під час порушення цілісності елемента першого порядку мализни  $d^I V$ . Руйнування  $d^I V$  для умов циклічного навантаження описується випадковою функцією  $\aleph^I(\vec{r}, N)$ . Моментна функція першого порядку визначається з використанням залежності:

$$\langle \aleph^I(\vec{r}, N) \rangle = \frac{1}{d^I V} \int \int_{d^I V_0}^N [(P^I(\xi, S) \cdot \langle F(n) \rangle) + (\hat{F}(n) \cdot \omega^I(\xi, S))] \cdot d^I V dn, \quad (14)$$

де  $\vec{r}$  – радіус-вектор точки, яку розглядають.

Як показано в роботі [5], під час незалежного руйнування елементів другого порядку мализни, накопичення мікроруйнувань відбувається згідно закону Пуассона. Вірогідність розподілу тіла на частини (руйнування конструкції) визначається як

$$P(N) = 1 - (C_\omega!)^{-1} \langle \aleph^I(\vec{r}, N) \rangle \cdot C_\omega \cdot \exp[-\langle \aleph^I(\vec{r}, N) \rangle], \quad (15)$$

де  $C$  – міра пошкодження, яку обчислюють за методикою, описаною в роботі [6].

Запропоновану методику використовували для розрахунків сталеві тонкостінної циліндричної оболонки (зі сталі СП-53), що знаходиться за умови дії пульсуючого внутрішнього тиску. Для цієї оболонки визначали змінювання випадкового мікроструктурного напруження та моментних функцій розподілу мікропошкоджень залежно від кількості циклів вантажень, обчислювали середні значення мікропошкоджень і їх дисперсії залежно від кількості циклів вантаження, а також здійснювали оцінку вірогідності безвідмовної роботи цієї конструкції.

Встановлено, що вірогідність безвідмовної роботи значно знижується на перших циклах вантаження, але за подальшим вантаженням зменшується значно повільніше. Така поведінка конструкції зумовлена явищем пристосовності, основною причиною якого є структурне впорядкування.

Запропонований підхід дає можливість враховувати структурні параметри матеріалу конструкцій, які працюють під час циклічного навантаження та, отже, одержати точнішу оцінку надійності. Застосування цього підходу може бути корисним для оцінки надійності конструкцій з композитних матеріалів, при цьому слід використовувати узагальнення, які викладено у роботі [7].

*Висновки.* Запропонована модель оцінки вірогідності безвідмовної роботи значно навантажених конструкцій за умов циклічних навантажень. Модель передбачає розрахунки мікроструктурного напруження, що реалізується в елементах другого порядку мализни в середовищі класу  $B_2$ , руйнування цих елементів і процес накопичення пошкоджень елементів  $d^I V$  залежно від кількості циклів вантаження.

### Бібліографічний перелік

1. Переверзев С.Э. Случайные процессы в параметрических моделях надежности. Киев : Наукова думка, 1987. 235 с.
2. Богачев И.Н., Вайнштейн Р.Н., Волков С.Д. Введение в статистическое металловедение. Москва : Металлургия, 1072. 214 с.
3. Скачков В.А., Соколкин Ю.В. Связанная задача деформирования и разрушения микронеоднородных сред. *V Всесоюзный съезд по теоретической и прикладной механике.* Алма-Ата : Наука, 1991. С. 231.
4. Середич В.И., Соколкин Ю.В. К вопросу оценки надежности уникальных конструкций. *Напряженно-деформированное состояние конструкций.* Свердловск : УНЦ АН СССР, 1977. С. 41–49.
5. Колмогоров А.Н. Кривые в гильбертовом пространстве, инвариантные по отношению к однопараметрической группе движений. *Доклады АН СССР.* 1940. Т. 26. С. 6–12.
6. Скачков В.А., Леонтьев В.А. О связи прочностных и деформационных характеристик с разрушением композитных материалов. *Напряженное деформированное состояние и прочность конструкций.* Свердловск : УНЦ АН СССР, 1982. С. 97–103.

7. Волков С.Д., Ставров В.П. Микромеханика композитных материалов. Минск : БГУ. 1977. 382 с.

### References

1. Pereverzev S.E. Sluchaynye protsesy v parametricheskikh modelyakh nadezhnosti. Kiev : Naukova dumka, 1987. 235 s.
2. Bogachev I.N., Vaynshteyn P.N., Volkov S.D. Vvedenie v statisticheskoe metallovedenie. Moskva : Metallurgiya, 1972. 214 s.
3. Skachkov V.A., Sokolkin Yu.V. Svyazannaya zadacha deformirovaniya i razrusheniya mikro-neodnorodnykh sred. *V Vssessoyuznyy sezd po teoretichskoy i prikladnoy mekhanike*. Alma-Ata : Nauka, 1991. S. 231.
4. Seredich V.I., Sokolkin Yu.V. K voprosu otsenki nadezhnosti unikalnykh konsruktsiy. *Napryazhonno-deformirovannoe sostoyanie konstruksiy*. Sverdlovsk : UNTS AN SSSR, 1977. S. 41–49.
5. Kolmogorov A.N. Krivye v gilbertovom peostranstve, invariantnye po otnosheniyu k odnoparametricheskoy gruppe dviheniy. *Doklady AN SSSR*. 1940. T. 26. S. 6–12.
6. Skachkov V.A., Leontev V.A. O svyazi prochnostnykh i deformatsionnykh kharakteristik s razrushenim kompozitnykh materialov. *Napryazhennoe deformirovannoi sostoyane i prochnost konstruksii*. Sverdlovsk : UNTS AN SSSR, 1982. S. 97–103.
7. Volkov S.D., Stavrov V.P. Mikromekhanika kompozitnykh materialov. Minsk : BGU. 1977. 382 s.

**Skachkov Victor**, Professor, Doctor of Technical Sciences, Zaporozhe National University

**Berezhnya Olga**, Associate Professor, Candidate of Technical Sciences, Zaporizhzhia National University

**Rumyantsev Volodyslav**, Associate Professor, Candidate of Technical Sciences, Zaporizhzhia National University

**Skomorokhov Igor**, Postgraduate, Zaporizhzhia National University

**Yatsenko Artem**, Postgraduate, Zaporizhzhia National University

### A METHOD OF RELIABILITY ESTIMATION OF THE CONSIDERABLY LOADED CONSTRUCTIONS DURING CYCLE LOADING

Increase of exactness for estimation of reliability of highload constructions конструкцій, working in the conditions of the cyclic loading supposes development of the special methods and approaches. The known methods of calculations of reliability use statistical methods which are based on probability and casual processes theories. In these methods microstructure properties of materials of constructions and their changes are not taken into account in process of the loadings. It is suggested to use the methods of statistical mechanics of structure-heterogeneous environments. There is used the model of environment of class  $B_2$ . There are entered elements of structure of first-order of trifle in a model, on which set macroscopic properties of material of construction. and elements the second order to the trifle, on which set descriptions of microstructure. In offered approach the statistical constrained task of deformation and destruction of structure-heterogeneous environment decides in the conditions of the cyclic loading. Distribution of casual microstructure tensions is thus calculated, exceeding which maximum values of durability of microstructure components of material results in their destruction. In the conditions of the cyclic loading there is a process of accumulation of microstructure damages. The accumulation of microstructure damages higher of maximum value results in destruction of elements of first-order of trifle. For the estimation of maximum value of accumulation of damages of элементов of first-order of trifle there are offered the before worked out methods. Calculation of probability of destruction of элементов of first-order of trifle and sets probability of faultless work (reliability) of construction, working in the conditions of cyclic loading.

Стаття надійшла: 04.10.2021 р.