УДК 621.783:681.5]:536.2 DOI https://doi.org/10.26661/2071-3789-2020-1-13

Зінченко Володимир Юрійович, доцент, кандидат технічних наук, Запорізький національний університет, ORCID: 0000-0002-9464-299X
Іванов Віктор Ілліч, старший науковий співробітник, Запорізький національний університет, ORCID: 0000-0001-8816-3506
Нестеренко Тетяна Миколаївна, доцент, кандидат технічних наук, Запорізький національний університет, ORCID: 0000-0001-7900-8512
Каюков Юрій Миколайович, доцент, кандидат технічних наук, Запорізький національний університет, ORCID: 0000-0003-4311-4801

РОЗРОБКА ІМІТАЦІЙНОЇ МОДЕЛІ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ ДЛЯ АВТОМАТИЗОВАНИХ СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ ТЕРМІЧНИМИ ПЕЧАМИ

Розроблено імітаційну модель розповсюдження теплоти у пластині безмежної довжини, що нагрівають під термічну обробку із застосуванням пакету прикладних програм «*MatLab* 6.5 *SP*1\7 + *Simulink* 5/6». Модель можна використовувати для оцінки розподілу температури у фізично неоднорідних тілах різної конфігурації за умови можливості виділення ізотермічних шарів рівної товщини, а також наявності рівномірного теплообміну з відкритих поверхонь.

Ключові слова: термічні печі, пластина безмежної довжини, розподіл температури, імітаційна модель теплопровідності, розробка, автоматизована система управління

Вступ. Під час поставлення теплових завдань для автоматизованих систем управління термічними печами необхідно заздалегідь вирішити задачу теплопровідності в металі, що нагрівають [1]. У печах камерного типу нагрівання металу під термічну обробку виконують за багатоступінчастими температурно-часовими режимами, що передбачають здійснення періодів нагрівання, ізотермічної витримки й охолодження, які є регламентованими щодо швидкості змінювання температури металу та часу. Реалізація таких режимів є можливою тільки за наявності інформації про динаміку розподілу теплоти в металі, якого нагрівають.

Відсутність інструментальних засобів безпосередньої оцінки теплового стану металу в термічних печах спричинює необхідність застосування математичних моделей, які засновано на використанні класичного диференціального рівняння теплопровідності в частинних похідних. Проте наявність суттєвої залежності теплофізичних властивостей металу від температури [2] призводить до нелінійності рівняння теплопровідності. Наступне аналітичне розв'язання рівняння теплопровідності з використанням спрощуючих припущень супроводжується значними погрішностями під час визначення функції розподілу температури металу за простором і часом. Чисельні методи розв'язання такого рівняння з використанням різницевих схем [3] не дозволяють у загальному вигляді запропонувати рекомендації для вибирання раціональних температурно-часових режимів термічної обробки маловивчених і нових марок сталі. Тому виникає необхідність розробки досить простих і надійних моделей із самонастроюванням під час роботи.

Мета роботи. Завданням досліджень є розробка інженерної моделі теплопровідності, що дозволяє за прискореним часовим режимом розробляти раціональні режими обробки металу з урахуванням змінювання його теплофізичних властивостей, а під час роботи в реальному масштабі часу реалізувати оптимальні температурно-часові режими обробки металу в термічних печах.

Головна частина досліджень. У термічних печах камерного типу, нагріванню під термічну обробку піддають переважно тіла, що є близькими за формою до простих тіл типу пластина, циліндр або сфера, тепловий стан яких описують за допомогою диференціальних рівнянь теплопровідності.

Відома інженерна модель розповсюдження теплоти в металевих тілах, яку запропоновано Й.Д. Семікіним [4]. Згідно такої моделі масивне тіло, що нагрівають термічно, подають у вигляді n шарів з однаковою температурою та теплофізичними властивостями. За підведенням теплоти до такого тіла відбувається послідовне нагрівання зазначених шарів. Розподіл теплових потоків і температури в тілі на будь-який момент часу залежить від характеру розподілу поверхневого потоку на момент часу, який передує тому, що розглядають. За значної кількості шарів у масивному тілі така інженерна модель наближається до системи, яку безперервно розподілено в просторі. Нагрівання кожного окремого шару математично може бути описано одномірним диференціальним рівнянням теплопровідності.

Розглядають задачу нагрівання під термічну обробку пластини безмежної довжини товщиною $2S$. Приймають, що нагрівання такої пластини є симетричним, тобто між поверхнею пластини та довкіллям має місце однаковий теплообмін з обох боків пластини. Пластину поділяють на n шарів товщиною Δx, температура яких складає відповідно T_1, T_2 ... T_n, а температура нагрівальних газів – $T_{нг}$. Початок координат вибирають на поверхні пластини, за $x = S$ поверхня пластини є теплоізольованою.

Теплові потоки від нагрівальних газів до кладки $q_{нг,1}$ та між окремими шарами пластини $q_{i,i+1}$ подають у формі рівняння Ньютона-Рихмана:

$$q_{нг,1} = \alpha_\Sigma \cdot (T_{нг} - T_1)\,; \tag{1}$$

$$q_{i,i+1} = \alpha_{i,i+1} \cdot (T_i - T_{i+1})\,, \tag{2}$$

де α_Σ – сумарний коефіцієнт тепловіддачі від нагрівальних газів конвекцією та випромінюванням, Вт/(м^2·К); $q_{i,i+1}$ – тепловий потік від шару i до шару i+1, Вт/м^2; $\alpha_{i,i+1}$ – коефіцієнт теплопередачі від шару i до шару i+1, Вт/(м^2·К).

Рівняння миттєвого теплового балансу для першого шару пластини можна подати як:

$$c_m \cdot m_m \frac{dT_1}{d\tau} = \alpha_\Sigma \cdot F \cdot (T_n - T_1) - \alpha_{1,2} \cdot F \cdot (T_1 - T_2)\ , \tag{3}$$

де c_m – середня теплоємність металу пластини, кДж/(кг·К); m_m – маса металу в пластині, кг; F – площа поверхні пластини, що нагрівають, м^2; $\alpha_{1,2}$ – коефіцієнт тепловіддачі від першого шару до другого шару, Вт/(м^2·К); τ – час нагрівання, с.

Виконуючи перетворення рівняння (3) та здійснюючи ділення його обох частин на вираз $(\alpha_\Sigma + \alpha_{1,2}) \cdot F$, отримують:

$$\frac{\Delta x^2 \cdot \alpha_{1,2}}{\alpha \cdot (\alpha_\Sigma + \alpha_{1,2})} \cdot \frac{dT_1}{d\tau} + T_1 = \frac{\alpha_\Sigma}{(\alpha_\Sigma + \alpha_{1,2})} \cdot T_n + \frac{\alpha_{1,2}}{(\alpha_\Sigma + \alpha_{1,2})} \cdot T_2\ . \tag{4}$$

Тоді рівняння миттєвого теплового балансу для i-го шару пластини має вигляд:

$$\frac{\Delta x^2 \cdot \alpha_{i,i+1}}{\alpha \cdot (\alpha_{i-1,i} + \alpha_{i,i+1})} \cdot \frac{dT_i}{d\tau} + T_i = \frac{\alpha_{i-1,i}}{\alpha_{i-1,i} + \alpha_{i,i+1}} T_{i-1} + \frac{\alpha_{i,i+1}}{\alpha_{i-1,i} + \alpha_{i,i+1}} \cdot T_{i+1}\ . \tag{5}$$

Для спрощення запису рівняння (5) вводять наступні позначення:

$$\theta = \frac{\Delta x^2 \cdot \alpha_{i,i+1}}{\alpha \cdot (\alpha_{i-1,i} + \alpha_{i,i+1})}; \quad k_{i-1,i} = \frac{\alpha_{i-1,i}}{\alpha_{i-1,i} + \alpha_{i,i+1}}; \quad k_{i+1,i} = \frac{\alpha_{i,i+1}}{\alpha_{i-1,i} + \alpha_{i,i+1}} .$$

Отже, для пластини безмежної довжини, що складається з n шарів, можна записати систему рівнянь у вигляді:

$$\begin{gathered} \theta_1 \frac{dT_1}{d\tau} + T_1 = k_{нг,1} \cdot T_{нг} + k_{2,1} \cdot T_2 \quad \text{за } T_1(0) = T_1^{поч} ; \\ \theta_i \frac{dT_i}{d\tau} + T_i = k_{i-1,i} \cdot T_{i-1} + k_{i+1,i} \cdot T_{i+1} \quad \text{за } T_i(0) = T_i^{поч} ; \\ \theta_n \frac{dT_n}{d\tau} + T_n = k_{n-1,n} \cdot T_{n-1} \quad \text{за } T_n(0) = T_n^{поч} , \end{gathered} \tag{6}$$

де $i = 1,2...n$; θ_1, θ_i … θ_n – постійні часу, які визначають динаміку змінювання температури в 1,2 … n шарах пластини; $k_{нг,1}$ … $k_{n-1,n}$ – коефіцієнти теплопередачі між окремими шарами пластини: від першого до n-го шарів; $T_1^{поч}$, $T_i^{поч}$, $T_n^{поч}$ – початкова температура першого, i-го і n-го шарів пластини відповідно.

Постійні часу θ залежать від теплофізичних властивостей металу, якого термічно обробляють: коефіцієнта температуропровідності (a), щільності (ρ) і теплоємності (c), а також сумарного коефіцієнта тепловіддачі від нагрівальних газів до металу конвекцією та випромінюванням (α_Σ) і коефіцієнта теплопередачі від i-го шару до i+1-го ($\alpha_{i+1,i}$) шару пластини, а коефіцієнт теплопередачі $k_{n-1,n}$ – від значення коефіцієнтів α_Σ і $\alpha_{i+1,i}$.

Для першого шару пластини значення постійної часу і коефіцієнтів тепловіддачі обчислюють за формулами:

$$\theta_1 = \frac{\Delta x \cdot \rho \cdot c}{\alpha_\Sigma + \alpha_{1,2}}; \quad k_{нг,1} = \frac{\alpha_\Sigma}{\alpha_\Sigma + \alpha_{1,2}}; \quad k_{2,1} = \frac{\alpha_{1,2}}{\alpha_\Sigma + \alpha_{1,2}} , \tag{7}$$

а для n-го шару пластини як

$$\theta_n = \frac{\Delta x^2}{2a} ; \quad k_{n-1,n} = 1 . \tag{8}$$

Під час розглядання проміжних шарів пластини у разі однорідності металу за її товщиною $k_{нг,1}, .k_{1,2}$ ... $k_{n-1,n} = 0{,}5$, а значення коефіцієнтів θ_2, θ_3, θ_{n-1} визначають із співвідношення

$$\theta_2 , \theta_3 ...\theta_{n-1} = \frac{\Delta x^2}{2a} . \tag{9}$$

У роботі [6] наведено рівняння, що одержано формально шляхом переходу від класичного одновимірного диференціального рівняння теплопровідності у частинних похідних до його диференціально-різницевого вигляду:

$$\vartheta_i \frac{du_i}{d\tau} + u_i = k_i \cdot \omega \cdot (\tau - \tau_i) . \tag{10}$$

де ϑ_i – постійна часу печі; k_i – коефіцієнт передавання; τ_i – запізнювання щодо i-го каналу управління; u_i, ω – взаємопов’язані функції.

Зіставлення рівнянь системи (6) з рівнянням (10) свідчить про їхній ідентичний характер, що є підтвердженням адекватності запропонованої математичної моделі загальноприйнятим уявленням.

Комп'ютерне подання системи (6) є імераційною моделлю нагрівання пластини безмежної довжини, яка може бути реалізованою за допомогою пакету прикладних програм «*MatLab* 6.5 *SP*1\7 + *Simulink* 5/6», що є спеціально розроблені для аналогічних задач [7].

За даними роботи [8], коефіцієнти температуропровідності та теплопровідності вуглецевих сталей під час підвищення температури від 0 до 1400 К зменшуються приблизно у два рази, що проявляється в суттєвому зниженні інтенсивності теплопередачі за товщиною пластини від її першого шару до останнього.

Як приклад у табл. 1 наведено значення температури за товщиною пластини (Δx = 0,04 м) з теплофізичними характеристиками: $a = 0{,}4\cdot10^{-3}$ м^2/с; $\rho = 7830$ кг/м^3; $\lambda = 39$ Вт/(м·К), що обчислено за різними методами (I…III).

Таблиця 1 – Розподіл температури $T(x,\tau)$ за товщиною пластини

Методика обчислення	Товщина пластини, м								
	Температура, К								
	0	0,04	0,08	0,12	0,16	0,20	0,24	0,28	0,32
I	1300	1296	1293	1287	1278	1273	1262	1250	1244
II	1300	1297	1294	1288	1282	1276	1268	1256	1248
III	1300	1295	1292	1286	1280	1275	1266	1252	1246

Примітка: методика I за роботою [9]; методика II за роботою [10]; методика III за роботою авторів

Під час ідентифікації імітаційної моделі теплопровідності найбільшу невизначеність вносить коефіцієнт α_Σ, проблема знаходження якого у багатьох випадках є не менш складною, ніж проблема вирішення задачі теплопровідності.

Для забезпечення спільності підходу та можливості зіставлення результатів моделювання з результатами розрахунків під час використання інших методик сумарний коефіцієнт тепловіддачі від нагрівальних газів конвекцією та випромінюванням для першого шару записують як функцію критерію масивності Біо (Bi):

$$\alpha_\Sigma = \frac{Bi\cdot\lambda_m}{S}\ , \tag{11}$$

де λ_m – теплопровідність матеріалу, що нагрівають.

Для оцінки адекватності запропонованої моделі виконано чисельне розв'язання одновимірного диференціального рівняння теплопровідності кінцево-різницевим методом у неявному виді для різних значень критерію Біо та постійних значень теплофізичних властивостей металу. За виконанням зазначених обчислень приймали, що початковий розподіл температури за товщиною пластини є рівномірним $T(x,0) = 293$ К. Максимальне відхилення різниці температури на поверхні та у центрі пластини не перевищує 15…20 градусів за значень критерію Біо 0,5; 1,0; 1,5; 5,0 і 10,0.

На запропонованій моделі кінцевий розподіл температури за товщиною пластини визначали шляхом підсумовування її початкового розподілу $T(x,0)$ та розподілу температури $T(x,\tau)$, одержаного розрахунковим шляхом.

Результати виконаного моделювання підтверджують не стільки кількісну їх відповідність об'єкту дослідження, скільки можливість вирішення поставлених завдань щодо розробки температурно-часових режимів під час термічної обробки металу, а також вибирання оптимальних алгоритмів управління тепловим навантаженням термічної печі [11].

Запропонована модель після нескладних перетворень може бути застосованою для оцінки розподілу температури у тілах близьких за формою до циліндра або кулі з кінцевими радіусами R. Так, за аналогією з ізотермічними шарами пластини у циліндрі можна розглядати коаксіальні шари, а в кулі – концентричні сфери товщиною ΔR. Відмінності стосуються тільки обчислень постійних часу, значення яких залежить від площі поверхні теплообміну між шарами, що визначається кінцевими радіусами. Одночасно початок координат слід приймати в центрі перерізів тіл, а умова симетрії виконуватиметься відносно початку координат.

Висновки. Розроблена інженерна модель дозволяє фізично інтерпретувати механізм поширення теплоти в тілах різної форми. Її можна використовувати для оцінки розподілу температури у фізично неоднорідних, наприклад, шаруватих металах, в тілах будь-якої конфігурації за умови можливості виділення ізотермічних шарів рівної товщини, а також наявності рівномірного теплообміну з відкритих поверхонь. Можливість самонастроювання параметрів моделі залежно від температури дозволяє наблизити результати моделювання до реальних умов, і, тим самим, уникнути необхідності розв'язання нелінійних диференціальних рівнянь теплопровідності.

Бібліографічний перелік

1. Губинский В. И., Лу Чжун-У. Теория пламенных печей. Москва : Машиностроение, 1995. 256 с. ISBN 5-217-02647-2.
2. Арутюнов В. И., Бухмиров В. В., Крупенников С. А. Математическое моделирование тепловой работы промышленных печей. Москва : Металлургия, 1990. 239 с.
3. Коздоба Л. А. Вычислительная теплофизика. Киев : Наукова думка, 1992. 224 с.
4. Свинолобов Н. П. Инженерная модель в теории теплопроводности в трактовке И.Д. Семикина *Металлургическая теплотехника* : *сборник научных трудов государственной металлургической академии Украины*. Днепропетровск : ГМетАУ, 1999. Т. 2. С. 226-235.
5. Лисиенко В. Г., Лобанов В. И., Китаев Б. И. Теплофизика металлургических процессов Москва : Металлургия, 1982. 239 с.
6. Бутковский А. Г. Теория оптимального управления системами с распределенными параметрами. Москва : Наука, 1965. 476 с.
7. Дьяконов, В. П. Mat Lab 6.5 SP 1/7+Simulink 5/6 в математике и моделировании. Москва : СОЛОН-Пресс, 2005. 576 с. ISBN 5-98003-206-1.
8. Расчеты нагревательных печей / Под ред. Н. Ю. Тайца. Киев : Техника, 1969. 539 с.
9. Бухмиров В. В., Крупенников С. А. Упрощенный зональный метод расчета радиационного теплообмена в поглощающей и излучающей среде *Известия Вузов. Черная металлургия*. 1999. № 1. С. 68-70.
10. Ревун М. П., Каюков Ю. Н., Чепрасов А. И.. Иванов В. И. Математическое моделирование нагрева металла в пламенной печи камерного типа (Сообщение 1) *Металургія*. *Наукові праці ЗДІА*. Запоріжжя, 2011. Вип. 23. С.
11. Зинченко В. Ю., Иванов В. И., Нестеренко Т. Н., Каюков Ю. Н. Имитационная модель теплопроводности для нагрева метала в термических печах Materials of XVI Inrenational research and practive conference. Scientific horizons. 30.09-07.10.2020. Sheffield. Science and education 2020. Vol. 5. С. 79-81

References

1. Gubinskiy V. J., Lu Chzhun-U. Teoriya plamennykh pechey. Moskva : Mashinostroenie, 1995. 256 p. ISBN 5-217-02647-2.
2. Arytyunov V. I., Bukhmirov V. V., Krypennikov S. A. Matematicheskoe modelirovanie teplovoy raboty promishlennykh pechey. Moskva. Metallurgiya, 1990. 239 p.
3. Kozdoba L. A. Vychislitel'naya teplofizika. Kiev, 1992. 224 p.

4. Svinolobov N. P. Inzhenernaya model’ v teorii teploprovodnosti v traktovke J.D. Semikina. Metallurgicheskaya teplotekhnika : sbornik nauchnykh trydov gosudarstvennoy metallurgicheskoy akademii Ukrainy. Dnepropetrovsk : GMetAU, 1999. t. 2. pp. 226-235.
5. Lisienko V. G., Lobanov V. I., Kitaev B. I. Teplofizika metallurgicheskikh protsessov. Moskva : Metallurgiya, 1982. 239 p.
6. Butkovskiy A. G. Teoriya optimal’nogo upravleniya sistemami s raspredelennymi parametrami. Moskva : Nauka, 1965. 476 p.
7. D’yakonov V. P. Mat Lab 6,5 SP 1/7+Simulink 5/6 v matematike I modelirovanii. Moskva : SOLON-Press, 2005. 576 p. ISBN 5-98003-206-1.
8. Raschety nagrevatel’nykh pechey / Pod red. N. Yu. Taytsa. Kiev : Tekhnika, 1969. 539 p.
9. Bukhmirov V. V. Krupennikov S. A. Uproshchennyy zonal’nyy metod rascheta radiatsionnogo teploobmena v pogloshchayushchey i izlychayushchey srede. Izvestiya vuzov. Chernaya Metallurgiya. 1999. no. 1. pp. 68-70.
10. Revun M. P., Kayukov Yu. N., Cheprasov A. I., Ivanov V. I. Matematicheskoe modelirovanie nagreva metalla v plamennoy pechi kamernogo tipa (Soobshchenie 1), Metalurgiya : Naukovi pratsi ZDIA, Zaporizhzhya, 2011. vol. 23. pp. –
11. Zinchenko V. Yu., Ivsnov V. I., Nesterenko T. M., Kayukov Yu. M. Imitatsionnya model’ teplopovodsosti dlya nagreva metalla v irmicheskikh poechakh. Materials of XVI Inrenational research and practive conference. Scientific horizons. 30.09-07.10.2020. Sheffield. Science and education 2020. vol. 5. pp. 79-81.

Zinchenko Vladimir, associate professor, candidate of technical sciences, Zaporozhe national university.
Ivanov Viktor, senior staff scientist, Zaporozhe national university.
Nesterenko Tatiana, associate professor, candidate of technical sciences, Zaporozhe national university.
Kayukov Yurii, associate professor, candidate of technical science, Zaporozhe national university.

DEVELOPMENT OF SIMULATED MODEL HEAT-CONDUCTING FOR AUTOMATION SYSTEMS CONTROL BY THERMAL FURNACES

Absence of the instrumental means for direct estimation of thermal state of metal in heat-treating furnaces generated necessities application of mathematical models which are based on use of classical differential heat-conduction equation in partial derivatives. However presence of essential dependence thermophysical properties of metal from temperature leads to non-linearity equation of heat-conducting. The subsequent analytical solution of equation with use of simplifications and assumptions is accompanied by considerable inaccuracies at definition of a distribution function determination for metal in space and in a time. Numeral methods of solution of the specified equation with application of finite-difference schemes do not allow to offer the recommendation for rational temperature-time modes of selection of high-heat treatment few the studied and new brands of steels. The engineering model heat sharing in the metal bodies, offered by J.D. Semikin is known. According to this a solid body, which heat up thermally, represent as *n* layers with equal temperature and thermophysical properties. At warmth supply to such body there is a consecutive heat of the designated layers. At a significant amount of these layers in a massive body such engineering model comes nearer to the system continuously dispense in space. Computer representation of such system is a simulated model of heating of infinite length plate which can be implemented by means of application package of «Mat Lab 6.5 SP1\7+Simulink 5/6» programs, which are specially dedicated for analogous tasks. Simulation results confirm a possibility of the solution of tasks for working out of temperature-time modes at metal high-heat treatment, and also selection of optimal control algorithms for high-heat thermal furnace.

Стаття надійшла: 15.06.2020 р.