

УДК 62.192:620.18

DOI:10.26661/2071-3789-2019-2-42-14

Скачков Віктор Олексійович, професор, доктор технічних наук

Іванов Віктор Ілліч, старший науковий співробітник

Пожуєв Андрій Володимирович, зав. кафедрою, кандидат фізико-математичних наук

Румянцев Владислав Ростиславович, доцент, кандидат технічних наук

## ДО ОЦІНКИ НАДІЙНОСТІ КОНСТРУКЦІЙ З КОМПОЗИТІВ ПІД ЧАС МАЛОЦИКЛОВОГО ВАНТАЖЕННЯ

*Інженерний інститут Запорізького національного університету*

Розроблено методику обчислень надійності конструкцій з композитів, яка оцінює перевищення припустимого рівня поля структурних пошкоджень, що зумовлено розподілом мікроструктурних напружень. Мікроструктурні напруження визначають із вирішення пов'язаної статистичної задачі деформації та руйнування мікронеоднорідних середовищ.

Ключові слова: композити, мікроструктурні напруження, мікроструктурні деформації, розподіл випадкових напружень, надійність конструкцій

*Вступ.* Виготовлення відповідальних високвантажених конструкцій з композитів, руйнування яких призводить до катастрофічних наслідків, припускає розробку методів оцінки їх надійності.

Відомі методи оцінки надійності конструкцій засновано на положеннях теорії ймовірності та випадкових процесів [1], але не враховують структуру й механічну поведінку матеріалу під час експлуатації конструкцій.

У роботі [2] оцінку надійності конструкцій пропонують виконувати з урахуванням структурних напружень, яку реалізують у вигляді випадкових полів. У цьому підході не враховують структурні змінювання, що накопичуються під час функціонування конструкцій.

*Постановка завдання.* Метою роботи є розробка методу оцінки надійності конструкцій з композитів, в основу якого закладають процес появи та розвитку мікроструктурних змінювань.

*Розробка методики обчислень.* Як характеристику надійності конструкцій використовували ймовірність безвідмовної роботи. Одним з уточнених підходів її оцінки є структурно-механічний, що враховує змінювання структурних параметрів матеріалу за умов тривалих статичних або циклічних вантажень.

Руйнування матеріалу за вищезгаданих умов виконується багатостадійно, одночасно кожна стадія відбувається на масштабному рівні, порівнянному з елементами мікроструктури, що супроводжується змінюванням структурних елементів, як на мікроскопічному, так і макроскопічному рівнях.

До структурних перетворень належить накопичення мікропошкоджень, які реалізуються в окремих елементах матеріалу (зернах, армуючих

і зв'язуючих елементах). Поява мікропошкоджень характеризується перевищенням випадкового поля мікронапружень, що спостерігають в елементах мікроструктури, гранично-допустимій поверхні, яка визначається критеріями руйнування.

Для обчислень полів мікронапружень вирішують пов'язану задачу деформації та руйнування неоднорідних тіл за умов циклічного вантаження [3,4]:

$$\begin{aligned} \xi_{i\alpha,\alpha} &= 0; \\ \xi_{ij} &= Q_{ij\alpha\beta} \cdot [1 - \Pi^{\parallel}(\xi, S, N)] \cdot \varepsilon_{\alpha\beta}; \\ \varepsilon_{ij} &= 0,5(\chi_{i,j} + \chi_{j,i}); \\ \chi_i|_s &= U_i^S, \end{aligned} \quad (1)$$

де  $\xi_{ij}$ ,  $\varepsilon_{mn}$ ,  $\chi_i$  – випадкові тензори напружень, деформацій та переміщень відповідно;  $U_i^S$  – детермінований вектор переміщень межі тіла;  $Q_{ijmn}$  – випадковий тензор модулів пружності матеріалу;  $\Pi^{\parallel}(\xi, S, N)$  – випадкова функція накопичених мікропошкоджень;  $S$  – тензор міцності елементів мікроструктури;  $N$  – кількість циклів вантаження.

Під час циклічного вантаження процес накопичення пошкоджень зумовлено впливом передісторії руйнування та функцію накопичення мікропошкоджень записують як

$$\Pi^{\parallel}(\xi, S, N) = \int_0^N F(n) \cdot \omega^{\parallel}(\xi, S) \, dn, \quad (2)$$

де  $F(n)$  – функція, що враховує передісторію розвитку руйнувань і визначає вплив пошкоджень структури матеріалу, що з'явилися, на подальший розвиток руйнувань;  $\omega^{\parallel}(\xi, S)$  – безрозмірна функція мікропошкоджень, яку задавали співвідношенням

$$\omega^{\parallel}(\xi, S) = \frac{\omega^*(\xi, S)}{d^{\parallel}V} \begin{cases} 1 & \text{якщо } \hat{\alpha}^3 \hat{\delta}^1 \hat{\alpha}^3 \hat{\delta}^1 \hat{\alpha}^3 \hat{\delta}^1 \hat{\alpha}^3 \hat{\delta}^1 P^{\parallel}(\xi, S); \\ 0 & \text{якщо } \hat{\alpha}^3 \hat{\delta}^1 \hat{\alpha}^3 \hat{\delta}^1 \hat{\alpha}^3 \hat{\delta}^1 1 - P^{\parallel}(\xi, S) \end{cases}, \quad (3)$$

де  $P^{\parallel}(\xi, S)$  – ймовірність руйнування елементів  $d^{\parallel}V$ ;  $d^{\parallel}V$  – елементи другого порядку малізми.

Моментні функції першого та другого порядку для  $\Pi^{\parallel} \xi, S, N$  визначають як

$$\langle \Pi^{\parallel} \xi, S, N \rangle = \int_0^N \langle [F \ r] \cdot \omega^{\parallel} + [F \ r \cdot \tilde{\omega}^{\parallel}] \rangle d\eta; \quad (3)$$

$$\langle \tilde{\Pi}^{\parallel} \xi_1, S, N_1 \cdot \tilde{\Pi}^{\parallel} \xi_2, S, N_2 \rangle = \int_0^{N_1} \int_0^{N_2} \langle [\Phi_{11} \cdot \Phi_{22}] + \langle \tilde{F}_1 \cdot \Phi_{12} \rangle \langle \omega_1 \rangle + \langle \tilde{F}_2 \cdot \Phi_{21} \rangle \langle \omega_2 \rangle + \langle \tilde{\omega}_1 \cdot \Phi_{22} \rangle \langle F_1 \rangle + \langle \tilde{\omega}_2 \cdot \Phi_{11} \rangle \langle F_2 \rangle + K_{12} \cdot \langle \omega_1 \rangle \langle \omega_2 \rangle + \Omega_{12} \cdot \langle F_1 \rangle \langle F_2 \rangle + \langle \Phi_{12} \rangle \langle F_2 \rangle \langle \omega_2 \rangle + \langle \Phi_{21} \rangle \langle \omega_1 \rangle \langle F_1 \rangle - \langle \Phi_{11} \rangle \langle \Phi_{22} \rangle] dn_1 dn_2, \quad (4)$$

де  $F_i = F(n_i)$ ;  $\omega_i = \omega^{\parallel}(\xi, S)$ ;  $\tilde{Q}_{ij} = Q - \langle Q \rangle$  – пульсації випадкових функцій;  $K_{ij} = \langle \tilde{F}(n_i) \cdot \tilde{F}(n_j) \rangle$ ;  $\Phi_{ij} = \tilde{F} \ n_i \cdot \tilde{\omega}_j^{\parallel}$ ;  $\langle \dots \rangle$  – оператор статистичного усереднювання;  $\Omega_{ij} = \langle \tilde{\omega}_i^{\parallel} \cdot \tilde{\omega}_j^{\parallel} \rangle$ ;  $i, j = 1, 2$ .

Функція  $\omega^{\parallel} \xi, S$  є локально-ергодичною [3], а функція  $\Pi^{\parallel} \xi, S, N$  задовольняє умовам локальної стаціонарності А.М. Колмогорова [5]. Такі функції записують у вигляді

$$f_{\aleph^{\parallel}} N_1, N_2 = \langle \Pi^{\parallel} \xi_1, S, N_1 \rangle - \langle \Pi^{\parallel} \xi_2, S, N_2 = f_{\aleph^{\parallel}} N_1 - N_2 \rangle; \quad (5)$$

$$D_{\aleph^{\parallel}} N_1, N_2 = \langle | \tilde{\Pi}^{\parallel} \xi_1, S, N_1 - \tilde{\Pi}^{\parallel} \xi_2, S, N_2 |^2 \rangle = D_{\aleph^{\parallel}} N_1 - N_2. \quad (6)$$

Відповідно до умов (5) і (6) кореляційну функцію (4) визначають як:

$$\langle \tilde{\Pi}^{\parallel} \xi_1, S, N_1 \cdot \tilde{\Pi}^{\parallel} \xi_2, S, N_2 \rangle = \int_0^{N_1} \int_0^{N_2} \langle [\tilde{F} \ n_1 \cdot \tilde{F} \ n_2] \langle \omega_1^{\parallel} \rangle \cdot \langle \omega_2^{\parallel} \rangle + \langle \tilde{\omega}_1^{\parallel} \cdot \tilde{\omega}_2^{\parallel} \rangle \langle F \ n_1 \rangle \langle F \ n_2 \rangle] dn_1 dn_2. \quad (7)$$

Умову ергодичності для функції (4) записують у вигляді

Моментну функцію першого порядку визначають з використанням залежності

$$\langle \Pi^{\parallel} \bar{r}, N \rangle = \frac{1}{d^{\parallel}V} \cdot \left[ \int_{d^{\parallel}V} \int_0^N P^{\parallel} \xi, S \cdot \langle F \ n \rangle + \langle \tilde{F} \ n \rangle \cdot \tilde{\omega}^{\parallel} \xi, S \right] \cdot d^{\parallel}V \cdot dn, \quad (12)$$

де  $\bar{r}$  – радіус-вектор даної точки.

Як показано у роботі [5], під час незалежного руйнування елементів  $d^{\parallel}V$  накопичення макроруйнувань відбувається згідно із законом Пуассона. Ймовірність руйнування конструкції (розподілу тіла на частини) визначають як

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \langle \tilde{\Pi}^{\parallel} \xi_1, S, N \cdot \tilde{\Pi}^{\parallel} \xi_2, S, N + \tau \rangle = 0. \quad (8)$$

Розв'язання системи рівнянь (1) методами, що подано у роботі [3] для моментних функцій першого та другого порядку розподілу мікронапружень надають як

$$\sigma_{ij} = \langle \xi_{ij} \rangle = \left[ \langle \theta_{ij\alpha\beta}^e \rangle + 0,5 K_{ij\alpha\beta}^{\gamma\delta} \cdot I_{\Pi\delta}^{\gamma\alpha} + I_{\omega\delta}^{\Pi\gamma} \right] \cdot e_{\alpha\beta} \quad (9)$$

$$H_{ij}^{mn} = \langle \xi_{ij} \cdot \xi_{mn} \rangle = \left[ 0,25 \langle \theta_{ij\alpha\beta}^e \rangle \langle \theta_{mn\gamma\delta}^e \rangle I_{\beta\beta_1}^{\alpha\alpha_1} + I_{\alpha\beta_1}^{\beta\alpha_1} \cdot K_{\gamma_1\delta_1\gamma_2\delta_2}^{\alpha_1\beta_1\alpha_2\beta_2} \cdot I_{\delta\delta_1}^{\gamma_1\gamma_1} + I_{\gamma\delta_1}^{\delta_1\gamma_1} + 0,5 \langle \theta_{ij\alpha\beta}^e \rangle I_{\beta\beta_1}^{\alpha\alpha_1} + I_{\alpha\beta_1}^{\beta\alpha_1} \cdot K_{mn\gamma_2\delta_2}^{\alpha_1\beta_1\alpha_2\beta_2} + 0,5 \langle \theta_{mn\gamma\delta}^e \rangle I_{\delta\delta_1}^{\gamma_1\gamma_1} + I_{\gamma\delta_1}^{\delta_1\gamma_1} \cdot K_{\gamma_1\delta_1\gamma_2\delta_2}^{ij\alpha_2\beta_2} + K_{mn\gamma_2\delta_2}^{ij\alpha_2\beta_2} \right] \cdot e_{\alpha_2\beta_2} \cdot e_{\gamma_2\delta_2}, \quad (10)$$

де  $I_{pq}^{mn}$  – ізотропний тензор четвертого рангу [6].

$$I_{pq}^{mn} = -\frac{4\pi}{15} \cdot 5A + 3B \cdot \delta_{mn} \cdot \delta_{pq} + \frac{8\pi}{15} \cdot B \cdot (\delta_{mq} \cdot \delta_{np} + \delta_{mp} \cdot \delta_{nq});$$

$$A = \frac{\langle \theta_{1122}^s \rangle + 3 \langle \theta_{2323}^s \rangle}{C}; \quad B = \frac{\langle \theta_{1122}^s \rangle + \langle \theta_{2323}^s \rangle}{C}$$

$$; C = 8\pi \cdot \langle \theta_{2323}^s \rangle \cdot \langle \theta_{1122}^s \rangle + 2 \langle \theta_{2323}^s \rangle;$$

$$K_{ijmn}^{pqrs} = \langle \tilde{\theta}_{ijmn}^e \cdot \tilde{\theta}_{pqrs}^e \rangle \cdot \tilde{\theta}_{ijmn}^e = \theta_{ijmn}^e \cdot [1 - \tilde{\Pi}^{\parallel} \xi, S, N].$$

Ймовірність руйнування елементів мікроструктури  $d^{\parallel}V$  описують співвідношенням

$$P^{\parallel} \xi, S = 1 - \frac{1}{8\pi \cdot \sqrt{|H|}}$$

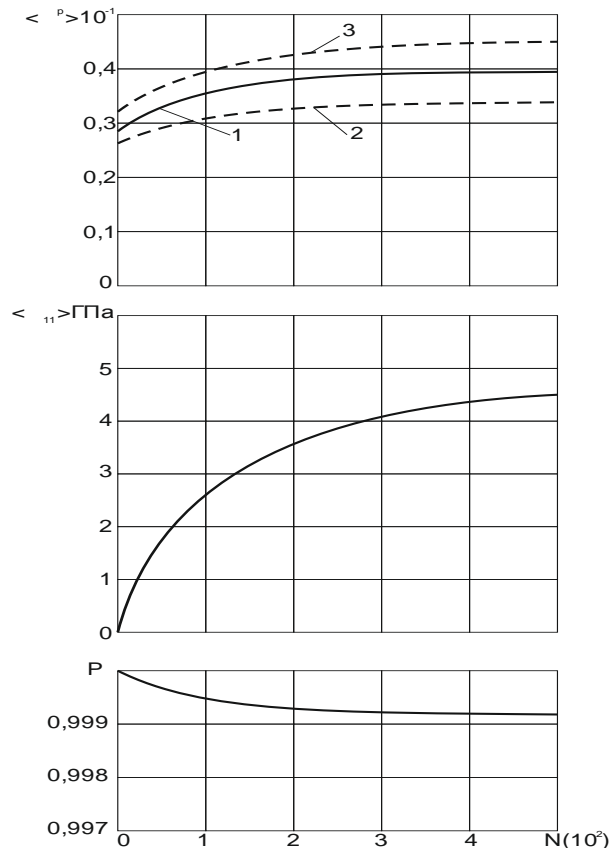
$$\cdot \int_S \exp \left( -0,5 \cdot \frac{K_{\alpha\beta\gamma\delta}}{|H|} \cdot \xi_{\alpha\beta} \cdot \xi_{\gamma\delta} \right) d\xi, \quad (11)$$

де  $|H|$  – визначник, що складено з компонентів  $H_{ij}^{mn}$ ;  $K_{ijmn}$  – алгебраїчне доповнення визначника  $|H|$ .

Макроскопічне руйнування конструкції настає під час порушення цілісності макроскопічного елемента  $d^{\parallel}V$ . Руйнування  $d^{\parallel}V$  за умов циклічного вантаження описують випадковою функцією  $\Pi^{\parallel} \bar{r}, N$ .

$$P \ N = 1 - C_{\circ}!^{-1} \langle \Pi^{\parallel} \bar{r}, N \rangle \cdot C_{\circ} \cdot \exp \left[ - \langle \Pi^{\parallel} \bar{r}, N \rangle \right], \quad (13)$$

де  $S_0$  – ступінь пошкодження онстркції, яку обчислюють з використанням методики, що пода-  
но у роботах [8,9].



**Рисунок 1** – Результати обчислень тонкостінної оболонки циліндричної форми із сталі СП-53

а) крива змінювання мікроструктурних напружень:

$$1 - \langle \xi_{11} \rangle; 2 - \langle \xi_{11} \rangle - 3(H_{11}^{11})^{0.5}; 3 - \langle \xi_{11} \rangle + 3(H_{11}^{11})^{0.5}$$

б) криві накопичення середніх значень мікроструктурних пошкоджень

в) крива зниження надійності оболонки залежно від кількості циклів вантаження

*Апробація методики.* Запропонований підхід випробували під час обчислень сталеві тонкостінної циліндричної оболонки (сталь СП-53), яка знаходиться за умов дії пульсуючого внутрішнього тиску [10]. Для цієї оболонки визначали залежності випадковб[ мікроскопічних напружень (рис. 1.а) і моментних функцій розподілу мікропошкоджень від кількості циклів вантаження, обчислювали середні значення мікропошкоджень та їх дисперсії залежно від кількості циклів вантаження, а також виконували оцінку ймовірності безвідмовної роботи цієї конструкції.

Встановлено, що ймовірність безвідмовної роботи конструкцій значно знижується на пер-

ших циклах вантаження та під час наступного вантаження зменшується значно повільніше, що зумовлюється явищем пристосовності, головною причиною якого є структурне впорядкування.

*Висновки.* Наведений підхід дозволяє враховувати структурні параметри матеріалу конструкцій, що працюють під час циклічного вантаження та, отже, одержати точнішу оцінку надійності. Його застосування може бути корисним під час оцінки надійності конструкцій з композитів з обов'язковим використанням узагальнень, що запропоновано у роботі [8].

### Бібліографічний перелік

1. **Переверзев Е. С.** Случайные процессы в параметрических моделях надежности. – Киев : Наукова думка, 1987. 235 с.

2. **Богачев И. Н.**, Вайнштейн Р. Н., Волков С. Д. Введение в статистическое металловедение. Москва : Металлургия, 1972. 214 с.
3. **Соколкин Ю. В.**, Ташкинов А. А. Механика деформирования и разрушения структурно неоднородных тел. Москва : Наука, 1984. 115 с.
4. **Скачков В. А.**, Соколкин Ю. В. Связанная задача деформирования и разрушения микронеоднородных сред. Пятый Всесоюзный съезд по теоретической и прикладной механике. Алма-Ата : Наука, 1991. С. 322.
5. **Колмогоров А. Н.** Кривые в гильбертовом пространстве, инвариантные по отношению к однопараметрической группе движений. *Доклады АН СССР*. 1940. Т. 26. С. 6-12.
6. **Волков С. Д.** Некоторые задачи статистической механики композитных материалов. *Механика композитных материалов*. 1979. № 5. С. 893-899.
7. **Волков С. Д.**, Ставров В. П. Микромеханика композитных материалов. Минск : БГУ, 1977. 382 с.
8. **Скачков В. А.**, Леонтьев В. А. О связи прочностных и деформационных характеристик с разрушением композитных материалов. *Напряженное деформированное состояние и прочность конструкций*. Свердловск : УНЦ АН СССР, 1982. С. 97-103.
9. **К теории** накопления поврежденности / Г. И. Дубровина. Ю. В. С околкин, Ю. П. Гуськов и др. *Проблемы прочности*. 1975. № 2. С. 21-24.
10. **Скачков В. А.**, Иванов В. И., Нестеренко Т. Н., Карпенко А. В. Микроструктурный подход к оценке деформирования слоистых анизотропных композиционных материалов при сложном нагружении. «HighMat-Tech»: тезисы докл., межд. конф. г. Киев, НАН Украины, 15-19.10.2007. С. 494.

**Скачков** Віктор Олексійович, доктор технічних наук професор кафедри металургії, інженерний інститут Запорізького національного університету (Україна, Запоріжжя). E-mail: skavira@ukr.net

**Іванов** Віктор Ілліч, ст. науковий співробітник кафедри металургії, інженерний інститут Запорізького національного університету (Україна, Запоріжжя). E-mail: vitas2000@ukr.net

**Пожуєв** Андрій Володимирович, кандидат фізико-математичних наук, зав. кафедрою загальноосвітніх дисциплін, інженерний інститут Запорізького національного університету (Україна, Запоріжжя). E-mail: scorpio6828@gmail.com

**Румянцев** Володислав Ростиславович, кандидат технічних наук, доцент кафедри металургії, інженерний інститут Запорізького національного університету (Україна, Запоріжжя). E-mail: ruvlad1164@gmail.com

## К ОЦЕНКЕ НАДЕЖНОСТИ КОНСТРУКЦИЙ ИЗ КОМПОЗИТОВ ПРИ МАЛОЦИКЛОВОМ НАГРУЖЕНИИ

Разработан метод расчета надежности конструкций из композитов, которую оценивают превышением допустимого уровня поля структурных повреждений, обусловленных рас-пределением микроструктурных напряжений. Микроструктурные напряжения определяются из решения связанной статистической задачи деформирования и разрушения микронеоднородных сред.

Ключевые слова: композит, микроструктурные напряжения и деформации, распределение случайных напряжений, надежность конструкций

**Skachkov** Viktor, Doctor of Technical Sciences, Professor of Metallurgy Department, Engineering Institute of Zaporizhzhia National University (Ukraine, Zaporizhzhia). E-mail: skavira@ukr.net

**Ivanov** Viktor, Senior Staff Scientist of Metallurgy Department, Engineering Institute of Zaporizhzhia National University (Ukraine, Zaporizhzhia). E-mail: vitas2000@ukr.net

**Pozhuev** Andrej, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Manager of Department of General Disciplines, Engineering Institute of Zaporizhzhia National University (Ukraine, Zaporizhzhia). E-mail: scorpio6828@gmail.com

**Rumyantsev** Vladyslav, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of Metallurgy Department, Engineering Institute of Zaporizhzhia National University (Ukraine, Zaporizhzhia). E-mail: ruvlad1164@gmail.com

## TO DEFINITION OF CONSTRUCTIONS RELIABILITY FROM COMPOSITES AT LOW-CYCLE LOADING

The method of calculation for reliability of unique constructions from composites, which is estimated by exceeding of the limited level of structural damages field, conditioned by distributing microstructure tensions, is developed. Microstructure tensions are determined from the decision of the connected statistical task for deformation and destruction of microunhomogeneous environments. As description of reliability of constructions was used probability of faultless work. One of the specified a preaches of her estimation structural-mechanical that takes into account change of structural parameters of material on conditions of the protracted static or cyclic loading. Destruction of material at the above-mentioned terms is executed high-volume, simultaneously every stage takes place at scale level, comparable with the elements of microstructure which is accompanied by treason of structural elements, both on microscopic and macroscopic levels. For the calculations of the fields of microstresss decide the constrained task of deformation and destruction

of heterogeneous bodies on conditions of the cyclic loading At a cyclic loading process of accumulation of damages condition influence of historical data destruction. Offered approach it was tested during the calculations of the steel thin-walled cylindrical shell (steel of СП- 53) which is on conditions of action of pulsating intrinsic pressure. Dependences of stochastic determined for this shell microscopic tensions and moment functions of distribution of microaccident from the amount of cycles of loading, calculated the mean values of microaccident from and their dispersion depending on the quantity of cycles of loading, and also executed the estimation of probability of faultless work of this construction. It is set that probability of faultless work of constructions considerably goes down on the first cycles of loading and during the next loading diminishes considerably slower, that is predetermined by the phenomenon of adaptability, main reason of which is structural arrangement. Application of the worked out approach can profit at the estimation of reliability of constructions from composites with the obligatory use of generalizations, offered before.

Key words: composite materials, microstructure tensions, microstructure deformations, distributing of casual tensions, reliability of constructions

Стаття надійшла до редакції 30.09.2019 р.  
Рецензент, проф. Й. К. Огинський